



2020 年安徽省中小学新任教师公开招聘考试

小学数学模拟试卷（卷一）参考答案及解析

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 60 分），每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的。

1. 【答案】选 C

【解析】设乙数为 a ，那么甲数为 $1.25a$ ，所以乙数比甲数少 $0.25a \div 1.25a \times 100\% = 20\%$ ，故本题选 C。

2. 【答案】选 C。

【解析】正八边形的每一个外角等于 $\frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$ ，所以每个内角是 135° ，①正确； $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ ， $\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，它们是同类二次根式，②正确；弦所对的圆周角有两个，所以③错误；反比例函数的 $k = -2 < 0$ ，所以在每一个象限内， y 随 x 的增大而增大，④正确。故本题选 C。

3. 【答案】选 B。

【解析】先煎前 4 张饼，需要 $4 \times 2 = 8$ （分）；剩下的 3 张，假设为①、②、③；第一次：放①的正面和②的正面，第二次：放①的反面和③的正面，第三次：放②的反面和③的反面，共用 $3 \times 2 = 6$ （分）；所以一共需要： $8 + 6 = 14$ （分）。故本题选 B。

4. 【答案】选 B。

【解析】有五条线段长度分别为 2, 4, 6, 8, 10，从这 5 条线段中任取 3 条，基本事件总数 $n = 10$ ，所取 3 条线段构成一个三角形包含的基本事件有：(4, 6, 8)，(4, 8, 10)，(6, 8, 10)，共 3 个， $\therefore$ 所取 3 条线段能构成一个三角形的概率 $p = \frac{3}{10}$ 。故本题选 B。

5. 【答案】选 B。

【解析】设网格中每个小正方形的边长为 1。

解法一：由余弦定理可以得到 $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{18 + 10 - 4}{2 \cdot 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ ，因为角 A 为

锐角，可得 $\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 。故本题选 B。

解法二：由正弦定理可以得到 $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$ ，因为 $B = 45^\circ$ ， $AC = \sqrt{10}$ ，所以有 $\frac{2}{\sin A} = \frac{\sqrt{10}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ ，

可得 $\sin A = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ，故本题选 B。

解法三：过点 C 做 AB 的垂线，交点为 D ，以 BC 为底， $S_{\triangle ABC} = 3$ ，若以 $AB = 3\sqrt{2}$ 为底，

可得高 $CD = \sqrt{2}$ ，所以 $\sin A = \frac{CD}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ，故本题选 B。

6. 【答案】选 A。

【解析】依据公式法可得
$$\begin{cases} S_n = \frac{3}{2}a_n - n \\ S_{n-1} = \frac{3}{2}a_{n-1} - (n-1) \end{cases}$$
，两式相减： $S_n - S_{n-1} = \frac{3}{2}(a_n - a_{n-1}) - 1$ ，

即 $a_n = 3a_{n-1} + 2$ ①，对①变形可得， $a_n + 1 = 3(a_{n-1} + 1)$ ，即数列 $\{a_n + 1\}$ 为等比数列。

7. 【答案】选 A。

【解析】因为平均数为 10，所以 $\frac{a+b+11+9+10}{5} = 10$ ，所以 $a+b=20$ ；因为标准差为 $\sqrt{2}$ ，

所以 $\sqrt{2} = \sqrt{\frac{1}{5}[(a-10)^2 + (b-10)^2 + (11-10)^2 + (9-10)^2 + (10-10)^2]}$ ，所以 $a^2 + b^2 = 208$ 且

$ab=96$ ，所以 $|b-a|^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 16$ ， $|b-a|=4$ 。故本题选 A。

8. 【答案】选 B

【解析】A 选项，属于“问题解决”；B 选项，属于“情感态度”；C 选项，属于“数学思考”；

D 选项，属于“知识技能”，故本题选 B。

9. 【答案】D

【解析】义务教育课程标准在课程基本理念里提到以人为本，使得人人都能获得良好的数学教育，不同的人在学习中有不同的发展，因为儿童具有明显的差异性，因此决定教育要因材施教。

10. 【答案】选 C

【解析】在数据分析的过程中，虽然样本可能不一样，但是足够的样本就可以从中发现规律，这体现了数据的随机性。故本题选 C。

二、填空题（本大题共 5 题，每小题 4 分，共 20 分）

11. 【答案】 $\frac{11}{60}$ 。

【解析】设分子是 x ， $6x-6=(x+4) \times 4 \Rightarrow x=11$ ，则分母为 $6 \times 11 - 6 = 60$ ， $\therefore$ 原分数为 $\frac{11}{60}$ 。

12. 【答案】 $[1, +\infty)$ 。

【解析】由二次函数表达式可知当 $x < m$ 时， y 随 x 的增大而减小，故 $m \geq 1$ ，即 m 的取

值范围是 $[1, +\infty)$ 。

13. 【答案】2。

【解析】根据洛必达法则，原式 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{1 - \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{\cos x} = 2$ 。

14. 【答案】2。

【解析】由分部积分可知， $\int_1^{e^2} \frac{\ln x}{x} dx = \int_1^{e^2} \ln x d \ln x = \frac{1}{2} (\ln x)^2 \Big|_1^{e^2} = \frac{1}{2} \times 2^2 = 2$ 。

15. 【答案】①⑤

【解析】义务教育数学课程标准提到：数学是人类文化的重要组成部分，数学素养是现代社
会每一个公民应该具备的基本素养。作为促进学生全面发展教育的重要组成部分，数学教育
既要使学生掌握现代生活和学习中所需要的数学知识与技能，更要发挥数学在培养人的思维
能力和创新能力方面的不可替代的作用。故正确的是①⑤。

三、解答题（本大题共 7 题，第 16~20 题每小题 8 分，第 21、22 每小题 10 分，共 60 分）

16. 【答案】赚钱，1040 元。

【解析】设第一次购书的单价为 x 元。则 $\frac{2400}{x} + 20 = \frac{3000}{(1+20\%)x}$ ，解得： $x = 5$ 。则第一次

购书为： $2400 \div 5 = 480$ 本，第一次赚钱为： $480 \times (7 - 5) = 960$ 元；第二次购书为：

$480 + 20 = 500$ 本，第二次赚钱为： $350 \times (7 - 5 \times 1.2) + (500 - 350) \times (7 \times 0.6 - 5 \times 1.2) = 80$ 元；

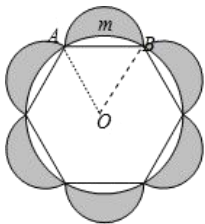
所以两次共赚钱 $960 + 80 = 1040$ 元。

17. 【答案】图中阴影部分的面积为 $24\sqrt{3} - 4\pi$ 。

【解析】设：正六边形的中心为 O ，连接 OA, OB ，由题意知 $\triangle AOB$ 为等边三角形，则

$OA = OB = AB = 4$ ，所以 $S_{\text{弓形}AmB} = S_{\text{扇形}OAB} - S_{\triangle AOB} = \frac{60}{360} \cdot \pi \cdot 4^2 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2\sqrt{3} = \frac{8}{3}\pi - 4\sqrt{3}$ ，

所以 $S_{\text{阴影}} = 6 \cdot (S_{\text{半圆}} - S_{\text{弓形}AmB}) = 6 \cdot (\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 2^2 - \frac{8}{3}\pi + 4\sqrt{3}) = 24\sqrt{3} - 4\pi$ 。



18. 【答案】当底面半径是 1cm 时, 圆柱侧面积有最大值。

【解析】扇形弧长为 4 cm, 圆锥的底面半径为 $\frac{1}{2} \times 2 \times 4\pi \div 2\pi = 2$ cm, 圆锥高为 $\sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$ cm, 设圆柱底面半径为 r cm, 高为 h cm, 可得 $\frac{r}{2} = \frac{2\sqrt{3} - h}{2\sqrt{3}}$, 解得 $h = 2\sqrt{3} - \sqrt{3}r$, 所以圆柱的侧面积 $= 2\pi r(2\sqrt{3} - \sqrt{3}r) = -2\sqrt{3}\pi r^2 + 4\sqrt{3}\pi r$ cm², 故当 $r = -\frac{b}{2a} = -\frac{4\sqrt{3}\pi}{2 \times (-2\sqrt{3}\pi)} = 1$ cm 时, 圆柱侧面积有最大值。

19. 【答案】(1) 见解析; (2) $g(a) = \begin{cases} -\frac{2a}{3}\sqrt{\frac{a}{3}}, & 0 < a < 6 \\ \sqrt{2}(2-a), & a \geq 6 \end{cases}$ 。

【解析】(1) 函数定义域为 $[0, +\infty)$, $f'(x) = \frac{3x-a}{2\sqrt{x}}$, 当 $a \leq 0$ 时, $f'(x) > 0$, 函数的单调增区间是 $[0, +\infty)$ 。当 $a > 0$ 时, 若 $f'(x) > 0$, 可得 $x > \frac{a}{3}$, 若 $f'(x) < 0$, 可得 $0 < x < \frac{a}{3}$ 。故函数的单调增区间是 $(\frac{a}{3}, +\infty)$, 函数的单调减区间是 $[0, \frac{a}{3}]$ 。

(2) 由 (1) 可知, 若 $0 < a < 6$, $f(x)$ 在 $[0, \frac{a}{3}]$ 单调递减, 在 $(\frac{a}{3}, 2]$ 单调递增, 所以

$g(a) = f(\frac{a}{3}) = -\frac{2a}{3}\sqrt{\frac{a}{3}}$ 。若 $a \geq 6$, $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上单调递减, 所以 $g(a) = f(2) = \sqrt{2}(2-a)$ 。

综上所述, $g(a) = \begin{cases} -\frac{2a}{3}\sqrt{\frac{a}{3}}, & 0 < a < 6 \\ \sqrt{2}(2-a), & a \geq 6 \end{cases}$ 。

20. 【答案】(1) 见解析; (2) $\frac{15}{2}$

【解析】(1) 连接 OE , $\because AE$ 平分 $\angle BAF$, $\therefore \angle BAE = \angle EAF$, 又 $\because OE = OA$, $\therefore \angle OEA = \angle BAE$, $\therefore \angle OEA = \angle EAF$, $\therefore OE \parallel AD$, $\therefore \angle OED = \angle ADE = 90^\circ$ (两直线平行, 同旁内角互补), $\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线。

(2) $\because AB$ 是直径, $\therefore \angle BEA = 90^\circ$, 又 $\because \cos \angle BAE = \frac{4}{5}$, $\therefore \sin \angle BAE = \frac{3}{5}$,

$$\therefore \tan \angle BAE = \frac{BE}{AE} = \frac{3}{4}, \text{ 又 } \because AE = 10, \therefore BE = \frac{15}{2}.$$

21.【参考答案】答题要点：1.学生个体的身心发展遵循着某些共同的规律，这些规律制约着我们的教育工作，遵循这些规律，利用这些规律，可以使教育工作取得好的效果。

2.这位老师所采用的教学组织形式属于分组教学，其目的在于克服班级授课条件下难以做到适应学生的个别差异、不利于因材施教等缺陷。分组教学最显著的优点在于它比班级授课更切合学生个人的水平和特点，便于因材施教，有利于人才的培养，这位老师较好地落实了市教学常规管理要求中提出的“面向全体学生，兼顾个体差异”“选用恰当教法，因材施教”的要求。

3.案例展示的分层教学，就是承认学生的层次差别，根据不同层次学生实际实施教学。这样，不同层次的学生都能在老师的辅导下愉快的学习，同时也激励学习者主动积极地参与学习活动，培养学生按自己的实际情况自我学习，自我发展。

22.教学设计题

【参考答案】

教学过程：

一、创设情境，导入新课

师：今天咱们一起到北京的天坛公园去看看，那里有很多的圆形建筑呢！怎么能得到祭天台的周长呢？你有什么好的办法吗？（学生踊跃回答）

师：（出示图）这是龟兔赛跑路线，这两条路线一个是正方形，一个是圆形，想一想比赛是否公平（引出周长概念）。引导学生回顾：正方形周长与谁有关？有什么关系？从而联系到圆的周长。

二、新课讲授

1.认识圆的周长

（1）出示正方形图和圆形图，引导学生观察

（2）让学生上前比划，圆的周长在那？那一部分是圆的周长？从而得出定义：围成圆的曲线的长叫做圆的周长。（板书）

2.圆的周长公式推导

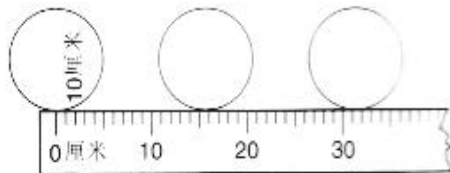
（1）探索学习

引导学生思考如何知道一个圆的周长是多少？

鼓励各抒己见，分别讨论说出自己的方法：

A、用一根线，绕圆一周，减去多余的部分，再拉直量出它的长度，即可得出圆的周长。

B、把圆放在直尺上滚动一周，直接量出圆的周长。



C、用一条小线的一端栓上小球在空中旋转。这样你能知道空中出现的圆的周长吗？

用滚动，绳测的方法可测量出圆的周长，但是有局限性。今天我们来探讨出一种求圆周长的普遍规律。

(2) 动手实践

小组合作，引生看表，观察周长与直径的比值有什么关系？

思考：你有办法验证圆的周长总是直径的3倍多一点吗？

周长 C (厘米)	直径 d (厘米)	$\frac{C}{d}$ 的比值 (保留两位小数)
3.142	1	3.14
9.5	3	3.16
12.6	4	3.15
15.8	5	3.16
31.4	10	3.14

(3) 阅读课本 P63，介绍圆周率，及介绍祖冲之。

3、解决新问题：书本例题，联系日常生活中实际问题

三、巩固练习，内化提高

1、求下列各题的周长。书本习题

2、(课件出示练习题)判断正误。

四、课堂小结

师：同学们，通过今天的学习活动，你有什么收获和感想？

2020 年安徽省中小学新任教师公开招聘考试

小学数学模拟试卷（卷二）参考答案及解析

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分），每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的。

1. 【答案】选 D。

【解析】由于扇形的弧长即为圆锥底圆的周长，故可得 $\frac{2\pi \times 9}{360^\circ} \times 240^\circ = 2\pi r \Rightarrow r = 6$ 。故本题选 D。

2. 【答案】选 A。

【解析】可以看出经过 AB 点的直线是一条平行于 x 轴的直线，所以将 $y = 3$ 代入，得 $x = -1$ ，画出图像可知答案为 A。故本题选 A。

3. 【答案】选 C。

【解析】不等式两边同时乘以或者除以一个非零的正数，不等号方向不变，所以①错； $a < b < 0$ ，两个负数相乘，负负得正，所以 a^2, b^2, ab 三个数都是正数， $a < b < 0$ ，所以 a 的绝对值大于 b 的绝对值，所以 $a^2 > ab > b^2$ 所以②错； $a > b$ ，若 a, b 同号则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ，与题目不等号方向相反；所以 a, b 一正一负，又因为 $a > b$ ，所以 $a > 0, b < 0$ ③正确； $a > b > 0$ ，则 $\frac{a}{b}$ 与 $\frac{b}{a}$ 都是正数，且 $a > b$ ，则 $\frac{a}{b} > 1, \frac{b}{a} < 1$ ，可得 $\frac{a}{b} > \frac{b}{a}$ ，④正确。故本题选 C。

4. 【答案】选 B。

【解析】由已知函数是偶函数可 $f(-x) = f(x)$ ， $\therefore \frac{a}{e^{-x}} + \frac{e^{-x}}{a} = \frac{a}{e^x} + \frac{e^x}{a}$ $\therefore ae^x + \frac{1}{ae^x} = \frac{a}{e^x} + \frac{e^x}{a}$ ，化简得到 $a = \frac{1}{a}$ ， $a = \pm 1$ 。故本题选 B。

5. 【答案】选 A。

【解析】由题意得， $|a + 2b| = \sqrt{(a + 2b)^2}$ ， $\therefore |a| = 2, |b| = 1$ ，两向量夹角为 60° ， $\therefore |a + 2b| = \sqrt{a^2 + 4ab + 4b^2} = \sqrt{4 + 4 \times 2 \times 1 \times \frac{1}{2} + 4} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ 。故本题选 B。

6. 【答案】选 B。



【解析】三角形中，根据三角形中两边之和大于第三边的性质，则 $b+c>a$ ， $a+c>b$ ， $a+b>c$ ，所以 $\sqrt{(a-b-c)^2} + \sqrt{(b-a-c)^2} + \sqrt{(c-a-b)^2} = |a-b-c| + |b-a-c| + |c-a-b|$
 $= (b+c-a) + (a+c-b) + (a+b-c) = a+b+c$ 。故本题选 B。

7. 【答案】选 B。

【解析】 $\because y^2=8x$ 的焦点为 $(2,0)$ ， $\therefore \frac{x^2}{m^2} + \frac{y^2}{n^2} = 1$ 的右焦点为 $(2,0)$ ， $\therefore m>n$ 且 $c=2$ 。又 $e=\frac{1}{2}=\frac{2}{m}$ ， $\therefore m=4$ 。 $\because c^2=m^2-n^2=4$ ， $\therefore n^2=12$ 。 $\therefore$ 椭圆方程为 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ 。故本题选 B。

8. 【答案】选 D。

【解析】A 选项，环境与工具资源；B 选项，文本资源；C 选项，社会教育资源；D 选项，是在教学过程中动态生成的，属于生成性资源。故本题选 D。

9. 【答案】A

【解析】义务教育课程课标（2011 版）提到“数学作为对于客观现象抽象概括而逐渐形成的科学语言与工具，不仅是自然科学和技术科学的基础”，故本题选 A。

10. 【答案】C

【解析】在数的运算的教学中，教师不能一味的追求算法多样性，同时要把运算放在及具体的实际背景中，引导学生合理的选择算法，提高学生解决实际生活的能力，故本题选 C。

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

11. 【答案】 $\frac{2}{5}$ 。

【解析】根据中心对称图形的概念，平行四边形、正六边形是中心对称图形。五张卡片中有 2 张是中心对称图形，所以任意翻开一张，图形一定是中心对称图形的概率是 $\frac{2}{5}$ 。

12. 【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 。

【解析】 $f(\frac{5\pi}{3}) = f(2\pi - \frac{\pi}{3}) = f(-\frac{\pi}{3}) = f(\frac{\pi}{3}) = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 。

13. 【答案】 $\frac{1}{2}$ 。

【解析】 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - n^2 \cdot \sin \frac{1}{n}}{2n - 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{2n}{2n - 1} - \frac{n^2 \cdot \sin \frac{1}{n}}{2n - 1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 - \frac{n \cdot \sin \frac{1}{n}}{2 - \frac{1}{n}}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ 。

14. 【答案】0。

【解析】积分区间 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ 关于原点对称，被积函数 $(x^3 + x \cos x)$ 为奇函数，根据定积分的性质，可知积分值为 0。

15. 【答案】①②③④。

【解析】评价方式多样化体现在多种评价方法的运用，包括书面测验、口头测验、开放式问题、活动报告、课堂观察、课后访谈、课内外作业、成长记录等等。在条件允许的地方，也可以采用网上交流的方式进行评价。每种评价方式都具有各自的特点，教师应结合学习内容及学生学习的特点，选择适当的评价方式。例如，可以通过课堂观察了解学生学习的过程与学习态度，从作业中了解学生基础知识与基本技能掌握的情况，从探究活动中了解学生独立思考的习惯和合作交流的意识，从成长记录中了解学生的发展变化。

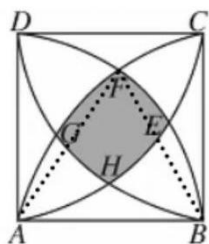
三、解答题（本大题共 7 小题，第 16-20 题每小题 8 分，第 21、22 题每小题 10 分，共 60 分）

16. 【答案】学校原来参加数学兴趣小组的学生有 68 人。

【解析】设总人数有 x ，由题意可知 $\frac{\frac{8}{17}x + 20}{x + 20} = \frac{13}{22} \Rightarrow x = 68$ 。

17. 【答案】 $\frac{2\pi}{3}$ 。

【解析】如图所示，根据题意可知 $\triangle ABF$ 为等边三角形，故 $\widehat{AGF}$ 为 $\frac{1}{6}$ 圆的周长，同理 $\widehat{GFC}$ 也为 $\frac{1}{6}$ 圆的周长，所以弧 $\widehat{GF} = \widehat{AGF} + \widehat{GFC} - \widehat{AGC} = \frac{1}{12}$ 圆的周长；同理其余 3 段也是 $\frac{1}{12}$ 圆的周长。故阴影部分周长为 $\frac{1}{3}$ 圆的周长，即 $\frac{1}{3} \times 2\pi \times 1 = \frac{2\pi}{3}$ 。



18. 【答案】(1) $a_n = n + 1$ ；(2) 见解析。

【解析】(1) 由等差中项性质： $2a_4 = a_2 + a_6$ ， $a_2 + a_4 + a_6 = 3a_4 = 15$ ， $\therefore a_4 = a_1 + 3d = 5$ ①；
由等比中项性质： $a_5^2 = a_1 \cdot a_{17}$ ，即 $(a_1 + 4d)^2 = a_1 \cdot (a_1 + 16d)$ ，得 $a_1 + 2d$ ②。由①②得： $a_1 = 2$ ， $d = 1$ ， $\therefore a_n = 2 + (n - 1) \times 1 = n + 1$ 。

$$(2) \text{ 证明: } T_n = \frac{1}{a_n} + \frac{1}{a_{n+1}} + \cdots + \frac{1}{a_{2n-1}} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n},$$

$$\therefore \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n} < \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+1} + \cdots + \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1} < 1,$$

$$\therefore \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n} > \frac{1}{2n} + \frac{1}{2n} + \cdots + \frac{1}{2n} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n} > \frac{1}{2} > \frac{1}{4}, \therefore \frac{1}{4} < T_n < 1.$$

19. 【答案】(1) 见解析; (2) 18。

【解析】(1) $\because a = (\cos \alpha, \sin \alpha), b = (\cos \beta, \sin \beta) \therefore |a| = |b| = 1,$

$$(a+b)(a-b) = |a|^2 - |b|^2 = 0, \therefore (a+b) \perp (a-b).$$

$$(2) \because a = (\cos \alpha, \sin \alpha), b = (\cos \beta, \sin \beta), \text{ 由 } a \cdot b = \frac{3}{5} \text{ 可得 } \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = \frac{3}{5}, \text{ 即}$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \frac{3}{5} \because 0 < \beta < \alpha < \pi \therefore 0 < \alpha - \beta < \pi, \therefore \sin(\alpha - \beta) = \sqrt{1 - \cos^2(\alpha - \beta)} = \frac{4}{5}, \text{ 从而}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha - \beta)} = \frac{4}{3} \therefore \tan \beta = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \tan \alpha = \tan[(\alpha - \beta) + \beta] = \frac{\tan(\alpha - \beta) + \tan \beta}{1 - \tan(\alpha - \beta) \tan \beta} = \frac{\frac{4}{3} + \frac{2}{3}}{1 - \frac{4}{3} \times \frac{2}{3}} = 18.$$

20. 【答案】(1) 当 t 为 2s 时, $\triangle QAP$ 为等腰直角三角形; (2) 36; (3) t 为 3s 或 $\frac{6}{5}$ s 时。

【解析】(1) $AP = 2t, DQ = t$, 则 $AQ = AD - DQ = 6 - t$, 当 $AQ = AP$ 时, $\triangle QAP$ 为等腰直角三角形, 即 $6 - t = 2t$, 解得 $t = 2$, 所以当 t 为 2s 时, $\triangle QAP$ 为等腰直角三角形;

(2) 在点 P, Q 运动过程中, 四边形 $QAPC$ 的面积不变化。理由如下:

$$S_{\text{四边形}QAPC} = S_{\text{矩形}ABCD} - S_{\triangle PBC} - S_{\triangle CDQ} = 6 \times 12 - \frac{1}{2}(12 - 2t) \times 6 - \frac{1}{2} \times 12 \times t = 36 (\text{cm}^2).$$

(3) $\because \angle QAP = \angle ABC = 90^\circ, \therefore$ 当 $\frac{AQ}{BC} = \frac{AP}{BA}$ 时, $\triangle AQP \sim \triangle BCA$, 即 $\frac{6-t}{6} = \frac{2t}{12}$, 解得 $t = 3$; 当 $\frac{AQ}{BA} = \frac{AP}{BC}$ 时, $\triangle AQP \sim \triangle BAC$, 即 $\frac{6-t}{12} = \frac{2t}{6}$, 解得 $t = \frac{6}{5}$, 综上, 当 t 为 3s 或 $\frac{6}{5}$ s 时, 以点 A, P, Q 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似。

21. 【参考解析】(1) 答题要点: 小学数学教学应为学生提供充分从事数学活动的机会, 帮助学生在自主探索和合作交流的过程中真正理解和掌握基本的数学知识与技能、数学思想和

方法，获得广泛的数学活动经验，让数学课堂教学“活”起来。但是学生在做练习和回答问题时，产生错误是正常的，此时应靠教师如何灵活转变，改变课堂氛围或以错为例加深知识巩固。

(2) 言之有理即可：

我利用学生错误算式进行改编：谁能把“ $3 \div 9$ ”这个算式的“3”重新换成一个数，使它成为一道我们目前能解决的除法算式？进一步提问：如果“3”不动，怎样添上一个数，使它成为一道除法算式呢？

22. 【参考答案】

教学过程

一、复习旧知，引入新课

填一填

①一辆大巴经过某站台时有 12 人上车，记作（ ）人；7 人下车，记作（ ）人。

②阳光小学今年招收新生 300 人，记作+300 人，那么-420 人表示（ ）。

③升降机上升 3.5 米，记作+3.5 米；-4 米表示（ ）。

请学生独立完成，集体反馈。引导回顾负数的意义。

思考：像这样表示两种相反意义的量可以用正负数表示，你还能举出这样的例子吗？

二、创新情境，探究新知

1. 认识直线上的负数

(1) 课件出示教材例题。

说说你知道了什么信息？

(2) 如何在直线上表示他们的行走的距离和方向呢？你准备怎么画？

预设：①以大树为起点，向东为正，向西为负；②0 表示起点，向东走 2 米，表示为+2 米，向西走 2 米，表示为-2 米。

(3) 独立画图，交流反馈。

①你是怎么画的？

②比较大家的画法有什么不同？（单位长度不一样。）

③直线上其他几个点代表什么数？

④课件演示画法，教师小结：在一条直线上表示行走的距离和方向，需要先确定起点、正方向、单位长度，再用正负数表示相应点。这就是我们今天这节课研究的内容（板书课题：

直线上的负数)。

2. 感知直线上数的变化

(1) 在直线上表示负数

①请学生独立在直线上表示出 1.5 和 -1.5。

②集体交流：说说你是如何表示的？

预设：①-1.5m 表示向西走 1.5m；②-1.5 在-1 和-2 之间。

(2) 如果你想从起点分别到 1.5 和 -1.5 处，应该如何运动？

(3) 观察 1.5 和-1.5 的位置，你发现了什么？

预设：①1.5 在 0 的右面 1.5 个单位长度，-1.5 在 0 的左面 1.5 个单位长度，它们表示的意义相反；②它们到 0 的距离相等，都是 1.5 个单位长度；③它们之间相距 3 个单位长度。

(4) 同桌合作游戏：你走我说。

举例：如果小明从“-2”的位置要走到“-4”，应该如何运动？

(5) 引导观察：在直线上从 0 往右依次是什么数？从 0 往左呢？你发现了什么规律？

预设：①0 右边的数是正数；②0 左边的数是负数；③从左往右的数逐渐增大；④正数比 0 大，负数比 0 小。

(三) 巩固深化，拓展应用

(1) 课件出示教材第 5 页“做一做”。

①独立完成，集体交流。说说怎样在直线上表示这些数？

②从起点到-5 如何运动？哪个点与它到 0 的距离相等？它们之间相距几个单位长度？

(2) 课件出示教材第 7 页练习一第 7 题。

独立完成，集体反馈，完成后同桌合作游戏：你说我走。

游戏规则：一个人说明起点的位置和如何运动，另一个人用笔尖表示人在数轴上运动，标出最后到达的位置，并用一个数表示这个位置。

(四) 课堂总结

说说这节课你有什么收获？

2020 年安徽省中小学新任教师公开招聘考试

小学数学 专业知识练习卷（一）

参考答案及解析

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 60 分），每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的。

1. 【答案】A。解析：A 选项，甲的 $\frac{1}{2}$ 等于乙的 $\frac{1}{3}$ ，那么乙比甲大，说法正确；B 选项，各运走 10% 后，剩下的相差 3.6 吨，说法错误；C 选项，真分数小于 1，一个正数除以真分数的商大于被除数（被除数 $\neq 0$ ），但如若被除数是个负数，则此说法不成立；D 选项，大圆半径是小圆半径的 2 倍，因此小圆的面积与大圆的面积的比是 1:4。故本题选 A。

2. 【答案】A。解析：由于除数和被除数同时扩大 m 倍，故其商不变，余数扩大相同的倍数。故本题选 A。

3. 【答案】B。解析：设原来的长方体的正方形的面的边长为 a ，则根据题意有 $4a \times 2 = 64$ ，解得 $a = 8$ ，因此原长方体的表面积为 $8 \times 8 \times 6 + 64 = 448 \text{ cm}^2$ 。故本题选 B。

4. 【答案】C。解析：锯成 3 段要锯 2 次，用时 6 分钟，每锯一次需要 3 分钟，锯成 6 段要锯 5 次，共 15 分钟。故本题选 C。

5. 【答案】A。解析：由题知， M ， N 的坐标分别为 $M(3, 0)$ ， $N(0, -3)$ ，代入 $y = x^2 + bx + c$ ，解得： $b = -2$ ， $c = -3$ ，所以 $y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$ 。故本题选 A。

6. 【答案】A。解析：对于①，否命题为“若 $a^2 \geq b^2$ ，则 $a \geq b$ ”，为假命题；对于②，逆命题为“面积相等的三角形是全等三角形”，是假命题；对于③，当 $a > 1$ 时， $\Delta = -12a < 0$ ，原命题正确，从而其逆否命题正确，故③正确；对于④，原命题正确，从而其逆否命题正确，故④正确。故本题选 A。

7. 【答案】C。解析：由题意知所有可能的情况有 21 种，其中和大于 9 的情况有 $(3, 7)$ ， $(4, 6)$ ， $(4, 7)$ ， $(5, 6)$ ， $(5, 7)$ ， $(6, 7)$ 这 6 种，所以概率为 $\frac{2}{7}$ 。故本题选 C。

8. 【答案】C。解析： $a = 4^{0.3} = 2^{0.6}$ ， $b = 8^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{3}{4}} = 2^{0.75}$ ，函数 $y = 2^x$ 在 R 上单调递增， $\therefore a < b$ ，又 $\because$ 函数 $y = 3^x$ 比 $y = 2^x$ 的递增速度更快，所以 $b < c$ 。故本题选 C。

9. 【答案】A。解析：圆方程化为标准方程得： $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ ，圆心坐标为 $(1, 0)$ ，半径为 1，直线与圆相切，则圆心到直线的距离等于半径，则 $\frac{|2 + a|}{\sqrt{(1 + a)^2 + 1}} = 1$ ，解得 $a = -1$ 。故本题选 A。

10. 【答案】B。解析： $\because a_2 + a_8 = 15 - a_5$ ，且 $a_2 + a_8 = 2a_5$ ， $\therefore a_5 = 5$ ，

则 $S_9 = \frac{(a_1 + a_9) \times 9}{2} = 9a_5 = 45$ 。故本题选 B。

二、填空题（本大题共 5 题，每小题 4 分，共 20 分）

11. 【答案】947130。解析：由题意可知，能同时被 2，5 整除个位数应为 0，又要能被 3 整除各位数和应为 3 的倍数，且后三位数是不同的数字， $24 - (9 + 4 + 7) = 4$ ，十位数和百位数和为 4，故最小六位数为 947130。

12. 【答案】 $\frac{5}{8}$ 。解析： $\vec{a} = (1, 2)$ ， $\vec{b} = (-1, -1)$ ， $\vec{a} - \vec{b} = (2, 3)$ ， $m\vec{a} + \vec{b} = (m-1, 2m-1)$ ， $(\vec{a} - \vec{b}) \perp (m\vec{a} + \vec{b})$ ， $\therefore 2m - 2 + 6m - 3 = 0 \Rightarrow m = \frac{5}{8}$ 。

13. 【答案】 $(-\infty, 1]$ 。解析： $\begin{cases} x+9 < 5x+1 \\ x > m+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x > m+1 \end{cases}$ ， $\therefore$ 解集是 $x > 2$ ， $\therefore m+1 \leq 2$ ， $m \leq 1$ ，

则 m 的取值范围是 $(-\infty, 1]$ 。

14. 【答案】 $\frac{\pi}{4} - 2$ 。解析： $\int_{-\pi}^1 f(x) dx = \int_{-\pi}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$ ， $\int_{-\pi}^0 f(x) dx = \int_{-\pi}^0 \sin x dx = -\cos x \Big|_{-\pi}^0 = -2$ ， $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$ 表示中心位于原点处，半径为 1 的圆在第一象限的面积，即 $\frac{\pi}{4}$ ， $\therefore$ 原式 $= \frac{\pi}{4} - 2$ 。

15. 【答案】9。解析： $f'(x) = 2ax + b$ ，已知在 $(1, f(1))$ 处的切线斜率为 2，那么根据导数的几何意义可得： $2a + b = 2$ ，而 $a > 0$ ， $b > 0$ ，所以 $\frac{8a+b}{ab} = \frac{1}{2} \left(\frac{8}{b} + \frac{1}{a} \right) (2a+b) = \frac{1}{2} \left(8+2 + \frac{16a}{b} + \frac{b}{a} \right) \geq \frac{1}{2} \left(8+2 + 2\sqrt{\frac{16a}{b} \cdot \frac{b}{a}} \right) = 9$ 。

三、解答题（本大题共 5 题，每小题 8 分，共 40 分）

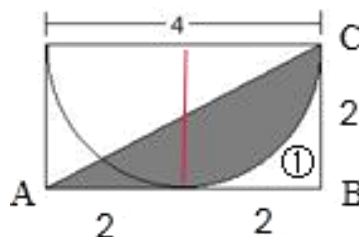
16. 【参考答案】设 A、B 两地相距 x 千米。

根据题意可列方程： $\frac{2x-288}{40} - \frac{x+288}{60} = 2$ ，解得 $x = 420$ 。

答：A、B 两地相距 420 千米。

17. 【参考答案】如图所示：阴影部分的面积 = $\triangle ABC$ 的面积 - 空白①的面积，而空白①的面积 = 正方形的面积 - $\frac{1}{4}$ 圆的面积，据此即可求解，过程如下，

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \times 4 \times 2 - \left[2 \times 2 - \frac{1}{4} \times 3.14 \times 2^2 \right] \\ &= 4 - (4 - 3.14) \\ &= 3.14 (\text{平方厘米}) \end{aligned}$$





答：阴影部分的面积是 3.14 平方厘米。

18. 【参考答案】(1) 由 $2\cos(A-C) = 4\sin A \sin C - 1$,

$$\therefore 2\cos A \cos C + 2\sin A \sin C = 4\sin A \sin C - 1,$$

$$\therefore 2\cos A \cos C - 2\sin A \sin C = -1, \therefore \cos(A+C) = -\frac{1}{2} \therefore \cos B = \frac{1}{2},$$

$$\because 0 < B < \pi, \therefore B = \frac{\pi}{3}, \text{由正弦定理可知 } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}, \text{即 } \sin A = \frac{1}{2},$$

$$\because 0 < A < \pi, \therefore A = \frac{\pi}{6} \text{ 或 } \therefore A = \frac{5\pi}{6},$$

$$\because b = \sqrt{3}a, \text{即 } b > a, \therefore B > A, \therefore A = \frac{\pi}{6}.$$

(2) 由余弦定理可知 $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$, 即 $a^2 + c^2 = 3 + ac$, 从而

$$(a+c)^2 = 3 + 3ac, \text{可得 } ac = 2, \therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

19. 【参考答案】(1) 由 $f(x) = x^3 + f'(\frac{2}{3})x^2 - x + c$, 得 $f'(x) = 3x^2 + 2f'(\frac{2}{3})x - 1$,

$$\text{令 } x = \frac{2}{3}, \text{得 } f'(\frac{2}{3}) = 3 \times (\frac{2}{3})^2 + 2f'(\frac{2}{3}) \times \frac{2}{3} - 1, \text{解得 } f'(\frac{2}{3}) = -1,$$

$$\therefore f(x) = x^3 - x^2 - x + c, \text{而 } f'(x) = 3x^2 - 2x - 1 = 3(x + \frac{1}{3})(x - 1),$$

由 $f'(x)$ 的图象可知,

$f(x)$ 的单调递增区间是 $(-\infty, -\frac{1}{3})$ 和 $(1, +\infty)$, 单调递减区间是 $(-\frac{1}{3}, 1)$ 。

$$(2) \text{由 (1) 知 } f(x)_{\text{极大值}} = f(-\frac{1}{3}) = \frac{5}{27} + c, f(x)_{\text{极小值}} = f(1) = -1 + c,$$

$\therefore$ 结合 $f(x)$ 的图象可知, 方程 $f(x) = 0$ 有且只有两个实数根等价于 $f(x)_{\text{极大值}} = 0$ 或者

$$f(x)_{\text{极小值}} = 0.$$

$$\therefore \text{常数 } c = -\frac{5}{27} \text{ 或 } 1.$$

20. 【参考答案】

证明：（1）取 PA 中点 H ，连接 FH ， DH

易知 FH 为 $\triangle PAD$ 的一条中位线，故 $FH \parallel AB$ ，且 $FH = \frac{1}{2} AB$ ，

又 E 为 CD 中点， $ABCD$ 为矩形，

$\therefore DE \parallel AB$ ，且 $DE = \frac{1}{2} AB$ ，

$\therefore DE \parallel FH$ ，且 $DE = FH$ ，

$\therefore$ 四边形 $EFHD$ 为平行四边形，

$\therefore EF \parallel HD$ ，

$\therefore EF$ 不在平面 PAD 内， HD 在平面 PAD 内，

$\therefore EF \parallel$ 平面 PAD .

（2） $\because PD = AD$ ， H 为 PA 中点，

$\therefore HD \perp PA$ ，

又 $PD \perp$ 平面 $ABCD$ ， $AB \subset$ 平面 $ABCD$ ，

$\therefore PD \perp AB$ ，

又 $AB \perp AD$ ， $PD \cap AD = D$ ，且 PD, AD 均在平面 PAD 内，

$\therefore AB \perp$ 平面 PAD ，

又 $HD \subset$ 平面 PAD ，

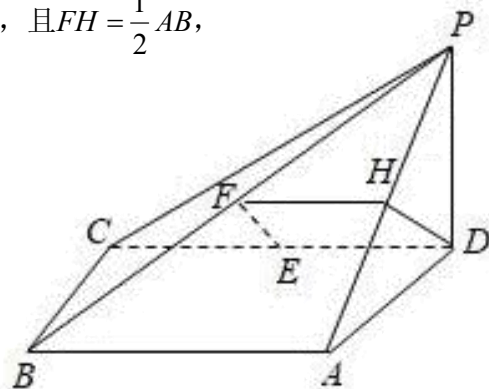
$\therefore AB \perp HD$ ，

又 $PA \cap AB = A$ ，且都在平面 PAB 内，

$\therefore HD \perp$ 平面 PAB ，

又 $EF \parallel HD$ ，

$\therefore EF \perp$ 平面 PAB .



2020 年安徽省中小学新任教师公开招聘考试

小学数学专业知识练习卷（二）

参考答案及解析

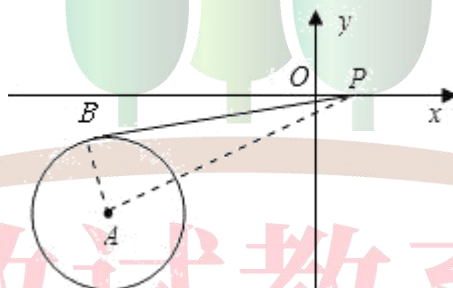
1. 【答案】C。解析：A 选项，小数未必小于整数，说法错误；B 选项，甲乙的比应为 3:2，说法错误；C 选项，任何大于 2 的质数都是奇数，奇数加上 1，均为偶数，大于 2 的偶数都是合数，说法正确；D 选项，面积、周长单位不同，不能作比较。故本题选 C。

2. 【答案】D。解析：2 和 3，2 和 11，3 和 4，3 和 11，4 和 11，6 和 11，共计 6 对。故本题选 D。

3. 【答案】C。解析：主要利用最小公倍数和最大公因数的性质：“两个数的乘积等于最小公倍数和最大公因数的乘积”。故本题选 C。

4. 【答案】D。解析：这个数列从第二个数开始是按照“奇数、偶数、奇数”的顺序循环重复排列的；每一组循环中有 2 个奇数和 1 个偶数， $(2000-1) \div 3 = 1999 \div 3 = 666 \dots 1$ ，余数是 1，这个数是排在这个周期的第一位，所以这 1 个是奇数；因为第一个数字 1 也是奇数，所以奇数有： $666 \times 2 + 1 + 1 = 1334$ （个）。

5. 【答案】D。解析：连接 AB，AP，根据切线的性质定理得， $AB \perp PB$ ；



要使 PB 最小，只需 AP 最小，则根据垂线段最短，则作 $AP \perp x$ 轴于 P，即为所求的点 P，此时 P 点的坐标是 $(-4, 0)$ 。故本题选 D。

6. 【答案】D。解析：若 $l \parallel \alpha$ ， $l \parallel \beta$ ，则可能 $\alpha \parallel \beta$ ，可能 $\alpha \perp \beta$ ，可能 $\alpha \cap \beta = a$ ，故 A 选项、B 选项说法错误；C 选项中可能 $l \perp \beta$ ，可能 $l \parallel \beta$ ，可能 $l \subset \beta$ ，故 C 选项错误；若 $\alpha \perp \beta$ ， $l \perp \alpha$ ，则 $l \parallel \beta$ 或 $l \subset \beta$ ，故 D 选项正确。故本题选 D。

7. 【答案】D。解析：比赛甲获胜有 1、2 局甲胜，1 局胜 2 局败 3 局胜，1 局败 2 局胜 3 局胜情况，所以甲获胜的概率 $P = C_2^1 \times 0.6 \times 0.4 \times 0.6 + 0.6 \times 0.6 = 0.288 + 0.36 = 0.468$ 。

8. 【答案】C。解析：正方形面积 $S_1 = AD^2$ ，扇形面积 $S_2 = \frac{1}{2}lr = \frac{1}{2} \times 2AD \cdot AD = AD^2$ ， $\therefore S_1 = S_2$ 。

9. 【答案】C。解析：化简原式可得 $a(2x - y - 1) + (11 - x - 3y) = 0$ ，即上式对任意的 a 恒成

立，所以 $\begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ 11 - x - 3y = 0 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ ，所以恒过点 $(2, 3)$ 。故本题选 C。

10. 【答案】B。解析：由题可知，二次函数开口向上，对称轴为 $x = -\frac{b}{2a} = 3$ ，根据二次函

数图象的对称性可知， $C(3+2\sqrt{2}, y_3)$ 关于对称轴的对称点为 $C_1(3-2\sqrt{2}, y_3)$ ，点 A ， B ， C_1 在对称轴左侧， y 随 x 增大而减小，由于 $-1 < 3-2\sqrt{2} < 2$ ，故 $y_1 > y_3 > y_2$ 。故本题选 B。

二、填空题（本大题共 5 题，每小题 4 分，共 20 分）

11. 【答案】127。解析：因为按 3 人和 7 人一行排队都多出 1 人，所以总人数应该是 3 和 7 的公倍数多 1 人，即 22、43、64、85、106、127、148、169、190、211、…其中符合题意一百多名的只有 106、127、148、169、190 这五个数，同理，又因为按 5 人一行排队多 2 人，所以总人数应该是 5 的倍数多 2，所以总人数的最后一位数字应该是 2 或 7，最终符合题意的是 127。

12. 【答案】2。解析： $\overrightarrow{AB}=(2,3)$ ， $\overrightarrow{AC}=(3,t)$ ， $|\overrightarrow{BC}|=1$ ， $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=(1,t-3)$ ， $\sqrt{1+(t-3)^2}=1$ ， $t=3$ ， $\therefore \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}=(2,3) \cdot (1,0)=2+0=2$ 。

13. 【答案】2。

解析： $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2+1} + \frac{2}{n^2+1} + \frac{3}{n^2+1} + \cdots + \frac{2n}{n^2+1} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2n}{2}(1+2n)}{n^2+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2+n}{n^2+1} = 2$ 。

14. 【答案】2。解析： $\int_0^1 (ax^3+3x)dx = \left(\frac{1}{4}ax^4 + \frac{3}{2}x^2 \right) \Big|_0^1 = 2$ ，解得 $a=2$ 。

15. 【答案】4。解析： $\because 2a_{2018} - a_{2019}^2 + 2a_{2020} = 0$ ， $\therefore a_{2019}^2 = 2(a_{2018} + a_{2020})$ ， $\therefore a_{2019}^2 = 4a_{2019}$ ，解得 $a_{2019} = 4$ 或 $a_{2019} = 0$ ，又等差数列 $\{a_n\}$ 各项不为零， $\therefore a_{2019} = 4$ ， $\therefore a_{2019} = b_{2019} = 4$ ，由等比中项的性质可得 $b_{2018}b_{2020} = b_{2019}^2 = 16$ ， $\therefore \log_2(b_{2018}b_{2020}) = 4$ 。

三、解答题（本大题共 5 题，每小题 8 分，共 40 分）

16. 【参考答案】200 克。

解析：设浓度 40% 与 10% 的食盐水分别有 x 、 y （单位：克）。

所以 $40\%x + 10\%y = 30\%(x+y)$ ，解得 $x=2y$ 。

再根据再加入 300 克 20% 的食盐水，则浓度变成 25%，可得 $300 \times 20\% + 30\% \times (2y+y) = 25\%(2y+y+300)$ ，解得 $y=100$ ， $x=200$ 。所以原来 40% 的食盐水 200 克。

17. 【参考答案】 π 。

解析：连接 OP 、 OB ， $\because AB$ 与小圆相切于点 P ， $\therefore OP \perp AB$ ， $\therefore AP = BP = \frac{1}{2}AB = 1$ ，

又 $\because Rt \triangle OBP$ 中， $BP^2 = OB^2 - OP^2$ ，

$\therefore$ 圆环（阴影部分）面积 $= \pi OB^2 - \pi OP^2 = \pi(OB^2 - OP^2) = \pi BP^2 = \pi$ 。

18. 【参考答案】(1) $a_n = \frac{2}{3^n}$; (2) $T_n = 1 - \frac{1}{3^n} + \frac{n(n+1)}{2}$ 。

解析：(1) $S_n = 1 - \frac{1}{2}a_n$ ，得出 $S_{n-1} = 1 - \frac{1}{2}a_{n-1}$ ，联立两式得， $\frac{3}{2}a_n = \frac{1}{2}a_{n-1}$ ，

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{1}{3} (n \geq 2), S_1 = a_1 = 1 - \frac{1}{2}a_1, a_1 = \frac{2}{3}, a_n = a_1 q^{n-1} = \frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \frac{2}{3^n}。$$

$$(2) b_n = a_n + n, a_n = \frac{2}{3^n}, \text{ 则 } b_n = a_n + n = \frac{2}{3^n} + n,$$

$$\text{故 } T_n = 2 \times \left(\frac{1}{3^1} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{3^n} \right) + \frac{n(n+1)}{2} = 2 \times \left(\frac{\frac{1}{3^1} \left(1 - \frac{1}{3^n} \right)}{1 - \frac{1}{3^1}} \right) + \frac{n(n+1)}{2} = 1 - \frac{1}{3^n} + \frac{n(n+1)}{2}。$$

19. 【参考答案】(1) 0 或 1; (2) $(-\infty, 0)$

解析：(1) 当 $a = 0$ 时， $f(x)$ 图象与 x 轴恰有一个公共点 $(-\frac{1}{2}, 0)$ ，满足题意。

当 $a \neq 0$ 时， $\Delta = 4 - 4a = 0$ ，即 $a = 1$ 。∴ $a = 0$ 或 1。

(2) 由 (1) 可知 $a \neq 0$ 。

当方程有实根时， $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = 4 - 4a \geq 0 \end{cases} \Rightarrow a \leq 1 \text{ 且 } a \neq 0。$

若 $a < 0$ ，则由 $x_1 x_2 = \frac{1}{a} < 0$ ，

可知方程 $f(x) = 0$ 有一正一负两根，此时满足题意。

若 $0 < a \leq 1$ ，则 $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2}{a} < 0 \\ x_1 x_2 = \frac{1}{a} > 0 \end{cases}$ 时，

方程 $f(x) = 0$ 有两负根，不满足题意。

∴ a 的范围是 $(-\infty, 0)$ 。

20. 【参考答案】

证明：(1) 连接 OD ， BD ，因为 AB 是直径，∴ $\angle ADB = \angle BDC = 90^\circ$ ，

∵ E 是 BC 的中点，∴ $DE = BE = CE$ ，∴ $\angle EBD = \angle EDB$ ，

∵ $OD = OB$ ，∴ $\angle OBD = \angle ODB$ ， $\angle EDO = \angle EBO = 90^\circ$ ，∴ DE 与圆 O 相切。

(2) 根据题意可知 OE 是 $\triangle ABC$ 的中位线，∴ $AC = 2OE$ ，

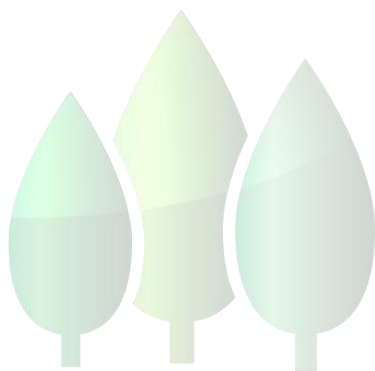
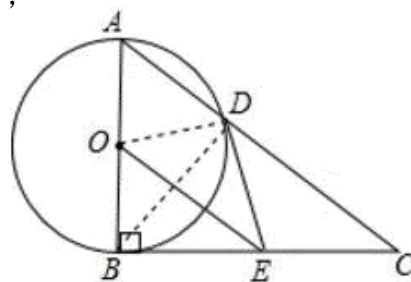


$\because \angle ABC = \angle BDC = 90^\circ$, $\angle C = \angle C$, $\triangle ABC \sim \triangle BDC$,

$\therefore \frac{BC}{CD} = \frac{AC}{BC}$, $BC^2 = AC \cdot CD$,

$\because BC = 2BE = 2DE$, $AC = 2EO$,

$\therefore 4DE^2 = CD \cdot 2EO$, 即 $2DE^2 = CD \cdot EO$ 。



敏试教育
MINSHI EDUCATION